

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

---

ЦЕНТР ДОВУЗОВСКОЙ ПОДГОТОВКИ

**ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН**  
для учащихся инженерных классов (11 класс) города Москвы

**Методические рекомендации**  
по решению задач практической части предпрофессионального экзамена

**ПРАКТИЧЕСКИЕ СИТУАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ**

*Авторы:* **Буркова Е.Г.**, преподаватель физики кафедры «Основы физики» СУНЦ МГТУ им. Н.Э. Баумана; **Козичев В.В.**, инженер НИИ «Энергомашиностроение» МГТУ им. Н.Э. Баумана; **Сергеев А.В.**, к.т.н., доцент кафедры «Ракетные двигатели» МГТУ им. Н.Э. Баумана; **Калмыков Ю.В.**, старший преподаватель кафедры «Основы математики и информатики» СУНЦ МГТУ им. Н.Э. Баумана, председатель методического объединения учителей информатики ГБОУ Лицей №1580

Москва 2017

(стр. 1 из 21)

## Введение

В рамках проекта «Инженерный класс в московской школе» предполагается проведение предпрофессионального экзамена, результаты которого будут являться одной из оценок успешности реализации проекта в образовательном учреждении. Данные методические указания посвящены ситуационным задачам инженерного содержания, одной из моделей второй практико-ориентированной части предпрофессионального экзамена.

Задания практической части направлены на умение применять теоретические знания в решении разноплановых ситуационных задач, использовать алгоритмы при решении задач, применять профильные знания в нестандартных ситуациях, проводить исследования, презентовать полученные результаты.

Все ситуационные практические задачи делятся на четыре группы в соответствии с направлениями подготовки инженеров в техническом вузе:

- Технологическое (инженер-технолог);
- Исследовательское (инженер-исследователь);
- Конструирование (инженер-конструктор);
- Программирование (инженер-программист).

**Технологическое направление** включает задачи, направленные на выбор параметров производственного (технологического) процесса или оборудования. Например, определение параметров обработки резаньем, потребных характеристик токарного станка, технологических условий изготовления композитных изделий и т.д.

Основная специфика задач данного направления заключается в рассмотрении технических систем производственного назначения (от технологического оборудования до процесса изготовления и конечных свойств изделия). Работа в данном направлении подразумевает поверхностное знакомство с классическими и современными направлениями технологии машиностроения.

В задачах **исследовательского направления** необходимо провести анализ определенной конструкции или технического (инженерного) решения по заданным критериям. Например, задачи на оптимизацию.

Задачи данного направления имеют основной целью установление частных или фундаментальных зависимостей характеристик технических (или физических) систем, имеющих признаки общеупотребимых (то есть применимых во всех устройствах аналогичной или подобной структуры). Отличительной особенностью задач исследовательского направления является, как правило, опора на базовые, фундаментальные физические принципы, а также необходимость выводить и облекать в математически строгую форму зависимости, не прописанные в явном виде в школьном курсе, но вытекающие с помощью логических рассуждений и знаний математики из условия задачи или анализа физической картины.

**Конструкторское направление** включает задачи, связанные с проведением технических расчетов, отвечающих условиям эксплуатации той или иной конструкции, определение параметров исследуемой системы или характеристик

конструктивного решения. Например, определение запаса рабочего вещества на борту аппарата.

Задачи данного направления делятся на два основных вида (отличающихся только направлением решения):

- а) Определение характеристик технической системы по заданным параметрам,
- б) Определение некоторых параметров системы по заданным характеристикам.

В **направление программирование** входят задачи, направленные на разработку алгоритмов численного решения поставленной задачи. Например, задачи с переменными (неизвестными) начальными условиями. Здесь уделяется особое внимание применению начальных и иных условий в ходе численного расчета. За формирование кода программы начисляются бонусные баллы.

Практические ситуационные задачи имеют повышенный или высокий уровень сложности.

Решение задач осуществляется на бумажном носителе и происходит в два этапа. За первый этап (письменное решение), который длится 60 минут, возможно получить 50 баллов максимально. Затем происходит защита решения, презентация полученных результатов. Второй этап длится 5 минут и за него возможно получить максимально 10 баллов.

### Общие критерии оценивания задач

Критерии оценки качества решения задачи состоят из базового блока и дополнительных баллов. **Базовый блок** оценки имеет общую для всех типов задач структуру, но различается распределением баллов между отдельными критериями в зависимости от направления (категории) задачи. **Дополнительные баллы** имеют одинаковое полное количество, но начисляются за особенности решения, характерные для каждого направления (категории) задачи.

При этом к каждой задаче существуют более подробные критерии оценивания с указанием конкретных элементов по баллам.

#### Основные критерии (Базовый блок)

1. Выделение основных физических процессов, их последовательности и причинно-следственных связей. Данный пункт подразумевает оценку текстового и графического описания физических процессов.  
При наличии в структуре физической картины задачи нескольких крупных этапов или обособленных элементов – каждый из них оценивается отдельно и общее число баллов делится поровну между данными элементами. Таким образом корректный анализ части физической картины позволяет получить некоторое количество баллов.
2. Правильная формализация физических процессов, запись основных зависимостей (формул), описывающих физические процессы или состояния элементов системы. В качестве исходных формул необходимо использовать законы и определения физических величин, общие известные уравнения процессов и состояний. Структура формализации должна соответствовать структуре физической картины.
3. Составление системы уравнений, алгоритма расчета, математической модели.

Здесь корректная запись системы является приоритетной относительно упрощения и приведения к удобному математическому виду. То есть правильная запись уравнений (не исходных уравнений физических законов, например, а уравнений, преобразованных для получения нужной информации) является важнее их преобразования и приведения к красивому виду.

4. Проведение расчетов, получение и представление результата. Основное внимание уделяется качеству полученных данных. Дополнительные баллы могут быть начислены за предоставление результатов в строгом соответствии со структурой вопросов задачи.

#### Дополнительные баллы для задач различных направлений

##### **Технологические задачи:**

- до 3 бонусных баллов начисляется за корректный выбор и учет параметров производственного (технологического) процесса;

- до 3 дополнительных баллов начисляется за качественный анализ факторов, влияющих на параметры и характеристики технологического процесса и предложения по оптимизации процесса.

##### **Исследовательские задачи:**

- до 3 дополнительных баллов начисляется за корректный подход к анализу влияющих факторов (учет факторов, не отраженных в явном виде в условии, оценка значимости факторов, устранение малозначимых факторов);

- до 3 дополнительных баллов начисляется за анализ результатов решения (качественная и количественная интерпретация результатов, общие выводы из частного решения, качественная и количественная оценка области применения полученной модели или закономерности).

##### **Конструкторские задачи:**

- до 5 бонусных баллов начисляется за учет дополнительных условий технической системы или процесса, не заложенных в стандартное решение и позволяющих получить более точный или корректный ответ;

- до 1 бонусного балла начисляется за дополнительный анализ полученного результата (определение условий применимости тех или иных конструкторских решений, конструкторские предложения, позволяющие улучшить параметры системы и т.п.).

##### **Задачи по программированию:**

- до 4 бонусных баллов начисляется за текст (код) программы (написанный на любом языке и изложенный на бумаге);

- до 2 бонусных баллов начисляется за формализацию (описание) начальных и граничных условий алгоритма, и условий прекращения или изменения параметров расчета.

#### Дополнительные критерии

1. Если решение задачи содержит разрозненные записи, выделены правильно некоторые физические процессы, присутствует одна - две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то ставится 1-2 балла.

2. Верные решения задач могут отличаться от авторских. Допустим учет дополнительных параметров, не предусмотренных авторами в случае, если не нарушаются физические законы и технические закономерности функционирования системы.
3. За отсутствие пояснений, ошибки в численных расчетах при верном пути решения задачи снимается 1-2 балла.
4. В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание проводится по критериям, приведенным для каждой задачи.

### Сводная таблица распределения максимального количества баллов

Подпункт	Конструкторская	Технологическая	Исследовательская	Программирование
<b>1. Выделение физических процессов, последовательности и причинно-следственных связей</b>				
Основные баллы	9	8	10	6
Графическое описание	+3	+3	+2	+2
Структурирование	+2	+2	+2	+4
Максимальное число баллов за этап	<b>14</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>12</b>
<b>2. Формализация физических процессов</b>				
Основные баллы	8	9	10	10
Максимальное число баллов за этап	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>10</b>
<b>3. Подготовка системы уравнений, алгоритма, математической модели</b>				
Основные баллы	8	8	10	10
Преобразование системы уравнений	+2	+2	+3	+3
Максимальное число баллов за этап	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>13</b>	<b>13</b>
<b>4. Проведение расчетов, получение и представление результата</b>				
Расчеты и результат	9	8	5	6
Представление результата	+3	+4	+2	+3
Максимальное число баллов за этап	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>7</b>	<b>9</b>
<b>5. Дополнительные баллы в соответствии со спецификой задачи</b>				
Максимальное число баллов за этап	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>6</b>
<b>Общее количество баллов</b>				
<b>Максимальная сумма баллов за задачу</b>	<b>50</b>	<b>50</b>	<b>50</b>	<b>50</b>

Защита подразумевает развернутое сопровождение логики и хода решения задачи. Максимальная оценка составляет 10 баллов в зависимости от полноты и качества пояснений, а также ответов на вопросы комиссии.

Таким образом, полная максимальная сумма за комплекс «Решение + защита» составляет 60 баллов.

## Алгоритм решения задач

В связи разделением задач на четыре группы можно вести речь о различных деталях алгоритмов решения, но при этом общая схема и подход к решению ситуационных практических задач остаются неизменными.

Важно увидеть в условии задачи физические процессы и явления, которые лежат в основе функционирования конструкции или в основе описываемых технологических процессов. Следующим важным шагом решения задачи является аналитическое описание «физической картины» задачи, т.е. отражение всех явлений и процессов с помощью формул. Здесь важно уметь использовать известные школьниками законы физики в несколько измененных, иногда непривычных, условиях. Важное значение имеет математическая подготовка обучающихся, ведь далее необходимо построить математическую модель, соответствующую конкретным условиям функционирования системы, получить систему уравнений, возможно, использовать некоторые упрощения. На заключительном этапе проводятся математические преобразования, решение полученной системы, численные расчеты и оценка реальности полученного результата. Решение необходимо сопровождать пояснениями, описанием и обоснованием принятых допущений. В рассуждениях следует придерживаться логической последовательности.

Таким образом, можно выделить следующие шаги в решении практических ситуационных задач:

1. Выделить физические процессы и явления, которые лежат в основе описываемых конструкций или процессов, назвать их. При необходимости привести их схематическое или графическое описание.
2. В соответствии с пунктом первым записать необходимые базовые формулы.
3. Построить математическую модель процессов, описываемых в условии, для этого использовать конкретные параметры задачи, базовые формулы физики и получить соответствующие аналитические выражения.
4. Обратит внимание на необходимость дополнительных справочных данных.
5. Составить систему уравнений, проанализировать ее с точки зрения возможных упрощений, рациональных методов решения.
6. Решить полученную систему, произвести числовые расчеты, обратив внимание на правильное использование единиц физических величин.
7. Проанализировать полученный ответ.

### Примеры задач с решениями

#### **Задача №1. Намотка композита** (*Технологическое направление*)

##### **Условие задачи:**

Для изготовления стеклопластиковых труб проводится намотка на оправку (форму) ткани из тонких стеклянных нитей, пропитанной связующим (жидкий материал, превращающийся в пластмассу под воздействием физических или химических факторов). После этого проводится отверждение связующего.

В качестве связующего используется двухкомпонентный состав, состоящий из двух объемных долей эпоксидной смолы и одной объемной доли отвердителя. Плотность обоих компонентов составляет  $1200 \text{ кг/м}^3$ . Стеклопластиковая ткань (плотность материала  $2500 \text{ кг/м}^3$ ) имеет толщину  $0,2 \text{ мм}$ , а нити занимают  $20\%$  её объема.

Для подготовки пропитанной ткани компоненты связующего из двух емкостей под давлением подаются в смеситель, после чего в пропиточную ванну, где происходит пропитка ткани и отжим избыточного связующего перед намоткой.

Объемный расход жидкости через отверстие в первом приближении может быть определен по формуле

$$Q = S \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho}} \text{ м}^3/\text{с},$$

где  $S$  – площадь сечения отверстия,  $\Delta p$  – избыточное давление в емкости с жидкостью,  $\rho$  – плотность жидкости.

### **Вопросы:**

1) Каков необходимый расход компонентов связующего (в  $\text{кг/с}$ ) для производства стеклопластиковой трубы средним диаметром  $100 \text{ мм}$  с толщиной стенки  $4 \text{ мм}$ , если производительность завода составляет  $100 \text{ м/час}$ .

Каков потребный расход ткани для намотки полного слоя трубы.

2) Определите диаметры отверстий для подачи смолы и отвердителя, если избыточное давление подачи составляет  $2 \text{ атм}$ .

3) Определите массу  $1 \text{ метра}$  трубы.

### **Решение:**

Проведем подробный разбор задачи в соответствии с рекомендованным алгоритмом и соответствующими критериями оценки. Некоторое неудобство доставляет вопрос приоритета структуры – использовать последовательность алгоритма и разбирать в каждом пункте вопросы оптом, либо проводить разбор по алгоритму каждого вопроса. В принципе возможно органическое сочетание двух подходов. В приведенном примере алгоритм разбора имеет не абсолютный, но значимый приоритет.

В данном случае проведем описание и формализацию последовательно, хотя возможно и их синхронное проведение (формула сразу за описанием).

#### *Выделение физических процессов:*

Прежде всего, указанные материалы расходуются на формирование трубы – то есть заполнение объема её стенки. Зная поперечные размеры трубы можно определить площадь сечения (и объем материала, расходуемый на изготовление  $1 \text{ метра}$  трубы).

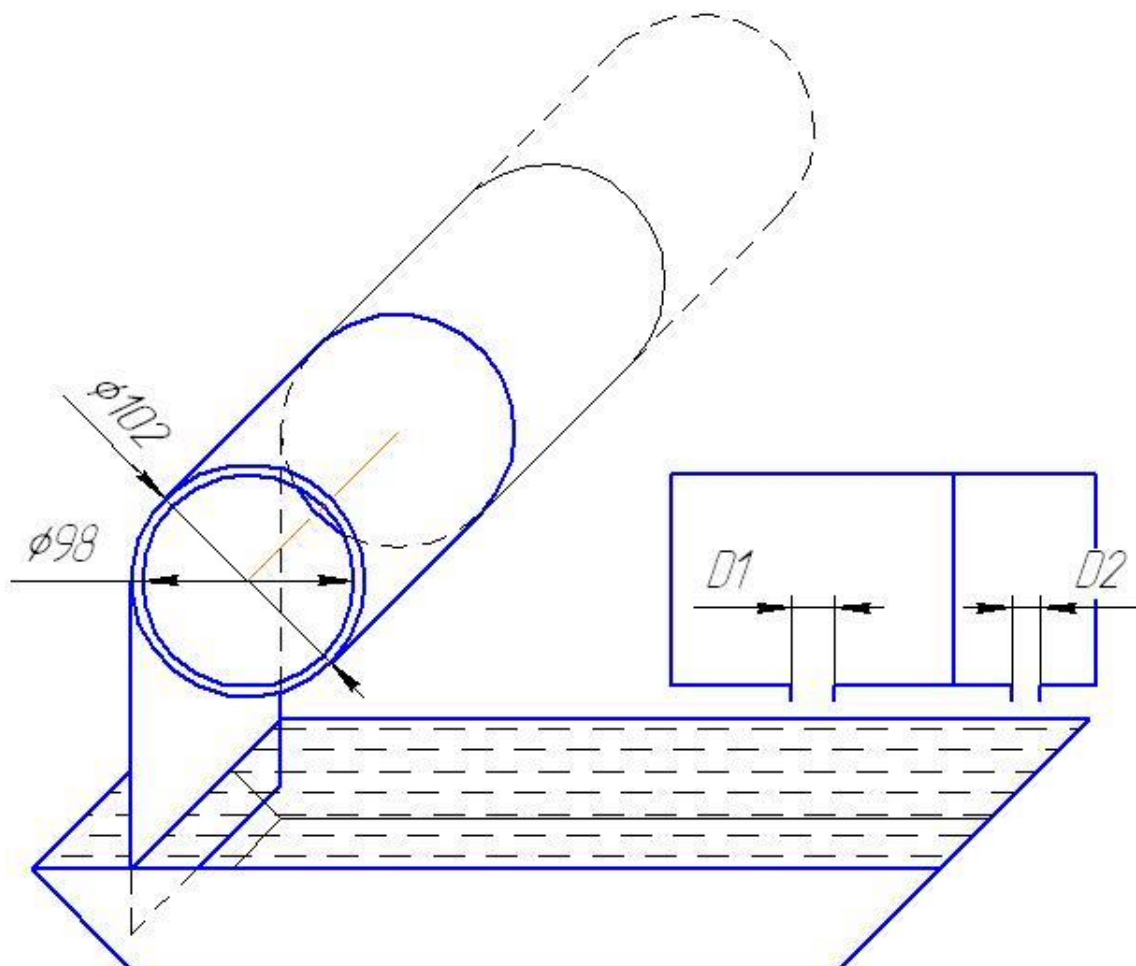
Зная производительность завода (в погонных метрах трубы за единицу времени) и площадь сечения трубы – можно определить суммарный объемный расход материала. Зная объемные доли компонентов (ткани и связующего) можно определить их объемные расходы, а зная их плотности – и массовые расходы.

Зная толщину стенки и толщину стеклянной ткани (условно несжимаемой) можно определить количество слоев в трубе и, следовательно, необходимую площадь ткани для изготовления 1 п.м. трубы. А зная производительность завода – общий расход в м<sup>2</sup>/с.

Расход ткани и массовые расходы компонентов связующего являются ответом на вопрос №1.

Из формулы для объемного расхода жидкости, зная плотность материалов и избыточное давление подачи, можно определить площади (а значит и диаметры) отверстий, что является ответом на вопрос №2.

Стеклянная ткань является несжимаемой, но слои ложатся один на другой без зазора. То есть в намотанной на оправку ткани 20% объема занимает стекло, а остальные 80% объема – связующее. Исходя из плотностей материалов, можно найти массу 1 п.м. трубы, что является ответом на вопрос №3.



*Формализация физических процессов и подготовка системы уравнений, фактически, в данном примере свернуты в один пункт, ввиду отсутствия жесткой последовательности расчетов:*

Площадь сечения материала трубы составляет:

$$S = \pi(D^2 - d^2)/4,$$

где  $D$  и  $d$  – внешний и внутренний диаметры трубы соответственно.



Объемный расход материала трубы составляет:

$$V = S \frac{L}{T},$$

где  $L/T = 100$  п. м/час – производительность завода. Для приведения параметров к системе СИ разделим объемный расход на количество секунд в часе:

$$V_s = \frac{SL}{3600} \left( \frac{\text{м}^3}{\text{с}} \right).$$

Объем  $l = 1$  п. м. трубы составляет  $V_1 = Sl$ .

Известно, что нити занимают 20% объема ткани, а значит и намотанного материала. Определим потребные объемные расходы компонентов:

$$V_{\text{ткани}} = 0,2V_s$$

– объемный расход стеклянных нитей в ткани,

$$V_{\text{смолы}} = \frac{2}{3}(1 - 0,2)V_s,$$

$$V_{\text{отвердителя}} = \frac{1}{3}(1 - 0,2)V_s.$$

Массовый расход ткани определяется объемным расходом материала и его плотностью

$$M_{\text{ткани}} = V_{\text{ткани}} \rho_{\text{стекла}}.$$

Массовые расходы смолы и отвердителя, соответственно:

$$M_{\text{смолы}} = V_{\text{смолы}} \rho_{\text{смолы}},$$

$$M_{\text{отв}} = V_{\text{отв}} \rho_{\text{отв}}.$$

Количество слоев в ткани составляет

$$n = \frac{D - d}{2h}.$$

Здесь  $(D - d)/2$  – толщина одной стенки,  $h$  – толщина слоя ткани.

Приняв средний диаметр трубы за диаметр намотки, определим длину ткани для намотки полной толщины:

$$X = \pi D_{\text{mid}} n.$$

Площадь отверстий выражается из формулы для расхода жидкости

$$Q \sqrt{\frac{\rho}{2 \cdot \Delta p}} = S = \frac{\pi \cdot D_1^2}{4}$$

Отсюда диаметр:

$$\sqrt{\frac{4 \cdot Q}{\pi}} \sqrt{\frac{\rho}{2 \cdot \Delta p}} = D_1$$

Проведение расчетов:

1) Расход ткани

$$M_{\text{ткани}} = V_{\text{ткани}} \rho_{\text{стекла}} \cdot$$

$$V_{\text{ткани}} = 0,2 V_s$$

$$V_s = \frac{SL}{3600} \left( \frac{\text{м}^3}{\text{с}} \right).$$

$$S = \pi \frac{D^2 - d^2}{4},$$

$$\begin{aligned} M_{\text{ткани}} &= 0,2 \pi \frac{D^2 - d^2}{4} \cdot \frac{L}{3600} \rho_{\text{стекла}} = 0,2 \pi \frac{0,102^2 - 0,098^2}{4} \cdot \frac{100}{3600} \cdot 2500 \\ &= 0,00872 \frac{\text{кг}}{\text{с}}. \end{aligned}$$

$$M_{\text{смола}} = V_{\text{смола}} \rho_{\text{смола}}$$

$$V_{\text{смола}} = \frac{2}{3} (1 - 0,2) V_s.$$

$$M_{\text{смола}} = \frac{2}{3} (1 - 0,2) \pi \frac{D^2 - d^2}{4} \cdot \frac{L}{3600} \rho_{\text{смола}}$$

$$M_{\text{смола}} = \frac{2}{3} (1 - 0,2) \pi \frac{0,102^2 - 0,098^2}{4} \cdot \frac{100}{3600} \cdot 1200 = 0,0167 \text{ кг/с}$$

Аналогично

$$M_{\text{отв}} = 0,00837 \text{ кг/с}$$

Количество слоев в ткани

$$n = \frac{D - d}{2h} = (0,102 - 0,098) / (2 * 0,0002) = 10.$$

Расход ткани на полную толщину трубы

$$X = \pi D_{\text{mid}} n = \pi \cdot 0,1 \cdot 10 = 3,14 \text{ п. м.}$$

Диаметр отверстия для подачи смолы

$$D_1 = \sqrt{\frac{4 \cdot Q}{\pi} \sqrt{\frac{\rho}{2 \cdot \Delta p}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,0000139}{\pi} \sqrt{\frac{1200}{2 \cdot 200000}}} = 0,00098 \text{ м, то есть } 0,98 \text{ мм.}$$

Диаметр отверстия для подачи отвердителя, соответственно:

$$D_2 = 0,00069 \text{ м.}$$

Масса 1 метра трубы складывается из массы стеклянной ткани и массы связующего.

Масса ткани для 1 п.м. трубы составляет

$$M_{\text{ткани}} = 0,2 S \cdot 1 \text{ м} \cdot \rho_{\text{стекла}} = 0,2 \pi \frac{D^2 - d^2}{4} \cdot 1 \text{ м} \cdot \rho_{\text{стекла}}.$$

$$M_{\text{ткани}} = 0,2\pi \frac{0,102^2 - 0,098^2}{4} \cdot 1\text{м} \cdot 2500 = 0,314 \text{ кг}$$

Масса связующего (так как плотность компонентов одинакова – рассматриваем его как один материал с плотностью 1200 кг/м<sup>3</sup>)

$$M_{\text{ткани}} = 0,2S \cdot 1\text{м} \cdot \rho_{\text{стекла}} = \pi \frac{D^2 - d^2}{4} \cdot 0,8 \cdot 1\text{м} \cdot \rho_{\text{стекла}}$$

$$M_{\text{ткани}} = \pi \frac{0,102^2 - 0,098^2}{4} \cdot 0,8 \cdot 1\text{м} \cdot 1200 = 0,603 \text{ кг}$$

Итого, полная масса 1 п.м. трубы составляет 0,917 кг.

Ответ:

- 1) Необходимый расход смолы составляет 0,0167 кг/с, отвердителя 0,00837 кг/с.
- 2) Необходимый диаметр отверстий подачи смолы и отвердителя составляет 0,98мм и 0,69мм соответственно.
- 3) 1 метр трубы имеет массу 0,917 кг.

Комментарии к оценке.

Подпункт	Максимальное число баллов	Оценка решения
<b>1. Выделение физических процессов, последовательности и причинно-следственных связей</b>		
Основные баллы	8	8
Графическое описание	+3	+1
Структурирование	+2	+1
Максимальное число баллов	<b>13</b>	<b>10</b>
<b>2. Формализация физических процессов</b>		
Основные баллы	9	8
Максимальное число баллов	<b>9</b>	<b>8</b>
<b>3. Подготовка системы уравнений, алгоритма, математической модели</b>		
Основные баллы	8	8
Математические преобразования	+2	+1
Максимальное число баллов	<b>10</b>	<b>9</b>
<b>4. Проведение расчетов, получение и представление результата</b>		
Расчеты и результат	8	8
Представление результата	+4	+4
Максимальное число баллов	<b>12</b>	<b>12</b>
<b>5. Дополнительные баллы в соответствии со спецификой задачи</b>		
Максимальное число баллов за этап	<b>6</b>	
<b>Σ Сумма баллов</b>	<b>50</b>	<b>39</b>

Описание физических процессов в целом верное, но, местами, недостаточно подробное. Ввиду обилия мелких формул и отсутствия основных, формирующих

решение задачи, крупных уравнений, оценка проводится в целом, а не делится на строгий подсчет по уравнениям.

Графическое описание не содержит указания диаметров отверстий, направления подачи компонентов связующего, направления вращения оправки и подачи ткани. При этом структурно схема процесса приведена верно.

Формализация и подготовка модели, ввиду обилия мелких формул и отсутствия сложных преобразований, оцениваются совместно и одинаково. Уравнения записаны корректно, но недостаточно подробно (например, доля стекла в материале записана просто как число 0,2 – а не через соответствующий коэффициент с пояснениями). Бонусный балл введен за подробное изложение последовательности формул перед их сверткой в одну расчетную зависимость.

Расчеты проведены корректно. Четыре бонусных балла начислено за четкое изложение ответа в строгом соответствии со структурой вопросов задачи.

## **Задача №2. Неподъемное крыло (Исследовательское направление)**

### **Условие задачи:**

В недрах Сколково разработан инновационный самолет – летающее крыло (самолет без фюзеляжа и оперения, состоящий из крыла и размещенных в нем двигателей и прочих агрегатов). Прототип изготовлен из пенопласта, имеет размах крыльев 3 м, площадь крыла 0,9 м<sup>2</sup> и взлетную массу 2 кг.

Подъемная сила крыла и сила аэродинамического сопротивления определяются соответственно с помощью следующих уравнений:

$$F_Y = C_Y S \frac{\rho v^2}{2},$$

$$F_X = C_X S \frac{\rho v^2}{2}.$$

где  $C_Y$  – коэффициент подъемной силы,  $C_X$  – коэффициент аэродинамического сопротивления,  $S$  – площадь крыла,  $\rho$  – плотность воздуха,  $v$  – скорость полета.

Значения аэродинамических коэффициентов зависят от многих величин и параметров. В рамках задачи они постоянны и равны  $C_Y = 1,2$  и  $C_X = 0,1$ . Для горизонтального полета подъемная сила должна компенсировать силу тяжести самолета, а сила тяги двигателей должна компенсировать силу аэродинамического сопротивления.

В рамках развития инновационного проекта разработчик принял решение масштабировать прототип в сторону увеличения без изменения технологии изготовления (бюджетные средства, выделенные на программу, позволяют). Очевидно, масса самолета пропорциональна его объему, который, в свою очередь, пропорционален размеру в кубе. Площадь крыла пропорциональна его размеру в квадрате.

Затраты на изготовление самолета в первом приближении складываются из стоимости материалов, стоимости изготовления и стоимости разработки. Стоимость

материала составляет 100 руб/кг. Стоимость изготовления пропорциональна площади крыла и составляет 10000 руб/м<sup>2</sup>. Стоимость разработки пропорциональна массе самолета и составляет 5000 руб/кг.

### Вопросы:

- 1) Определите взлетную скорость прототипа и необходимую тягу двигателя.
- 2) Постройте зависимость размаха крыла, взлетной скорости и тяги двигателей от взлетной массы самолета, в диапазоне последней от 2 кг до 200 т.
- 3) Каковы максимальные размеры и масса самолета, если взлетная скорость ограничена величиной 100 км/час.
- 4) Постройте зависимость себестоимости создания самолета от его взлетной массы. Определите массу самолета, который необходимо создать для освоения бюджетных средств в объеме 200 млн. руб.

### Решение:

- 1) Прямая задача определения параметров прототипа.

Взлетной называется скорость, при которой подъемная сила крыла достигает силы тяжести самолета:

$$C_Y S \frac{\rho v^2}{2} = Mg.$$

Выразим скорость:

$$v = \sqrt{\frac{2Mg}{C_Y S \rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2}{1,2 \cdot 0,9 \text{ м}^2 \cdot 1,2 \text{ кг/м}^3}} = 5,5 \text{ м/с (или 19,8 км/ч)}.$$

Необходимая тяга двигателя равняется силе сопротивления, рассчитываемой при известной скорости полета:

$$F_X = C_X S \frac{\rho v^2}{2} = 0,1 \cdot 0,9 \text{ м}^2 \cdot \frac{1,2 \text{ кг/м}^3 \cdot \left(5,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{2} = 1,634 \text{ Н}.$$

- 2) Для построения зависимостей параметров самолета от его массы запишем несколько уравнений.

Масса самолета пропорциональна его объему (или кубу размера):

$$M = KH^3$$

где  $K$  – коэффициент пропорциональности,  $H$  – линейный размер самолета (например, размах крыла). Определим значение коэффициента исходя из характеристик прототипа:

$$K = \frac{M_{\text{прот}}}{H_{\text{прот}}^3} = \frac{2 \text{ кг}}{27 \text{ м}^3} \approx 0,074 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Таким образом, размах крыла зависит от массы как:

$$H = \sqrt[3]{\frac{M}{K}}.$$

Площадь крыла пропорциональна квадрату линейного размера:

$$S = JH^2.$$

Определим значение коэффициента пропорциональности:

$$J = \frac{S_{\text{прот}}}{H_{\text{прот}}^2} = 0,1.$$

Таким образом, площадь крыла зависит от массы как:

$$S = JH^2 = J \left( \frac{M}{K} \right)^{2/3}.$$

Составим таблицу расчетных значений требуемых параметров:

М, кг	Н, м	S, м <sup>2</sup>	V <sub>мин</sub> , м/с	P, Н
2	3,001001	0,900601	5,50069	1,635
200	13,92941	19,40285	11,85088	163,5
2000	30,01001	90,06005	17,39471	1635
20000	64,6546	418,0217	25,53194	16350
200000	139,2941	1940,285	37,47576	163500

3) 100 км/ч – это  $100/3,6 = 27,8$  м/с.

Далее, используя результаты пп. 1) и 2), имеем:

$$v^2 = \frac{2Mg}{C_Y S \rho} = \frac{2g^3 \sqrt{MK^2}}{C_Y J \rho}.$$

Отсюда

$$M = \left( \frac{C_Y J \rho v^2}{2g} \right)^3 / K^2 = 33000 \text{ кг.}$$

4) Дополним таблицу п.2 данными о стоимости, рассчитанными на основе имеющейся информации.

М, кг	C <sub>мат</sub> , руб	C <sub>изг</sub> , руб	C <sub>разр</sub> , руб	C <sub>полн</sub> , руб
2	200	9.006,005	10.000	19.206,01
200	20.000	194.028,5	1.000.000	1.214.028
2000	200.000	900.600,5	10.000.000	11.100.601
20000	2.000.000	4.180.217	1E+08	1,06E+08
200000	20.000.000	19.402.850	1E+09	1,04E+09

Масса самолета составляет 38000 кг.

Построим графики:



### Задача №3. Выжить под водой (Конструкторское направление)

**Условие задачи:**

Инновационная подводная лодка состоит из герметичного обитаемого отсека ( $20 \text{ м}^3$ ) с храбрым экипажем. В отсеке размещены баллоны со сжатым газом под избыточным давлением 10 атм ( $10^6 \text{ Па}$ ). Также имеется балластная цистерна ( $20 \text{ м}^3$ ), которая соединена с окружающей средой (напрямую) и с баллонами, наполненными газом (через управляемый экипажем вентиль). Масса пустого корабля составляет 30000 кг, из которых 3000 кг – аварийный сбрасываемый балласт.

Заполнение балластной цистерны осуществляется путем стравливания за борт находящегося в ней газа и одновременного заполнения её заборной водой. По мере заполнения балластной цистерны водой, действующая на лодку сила Архимеда уменьшается. При равенстве силы тяжести корабля силе Архимеда достигается нейтральная плавучесть, после чего корабль начинает погружаться.

Во время испытаний корабля балластная цистерна заполняется до состояния нейтральной плавучести, после чего начинается плавное погружение. По мере погружения, давление увеличивается, объем газа снижается и плавучесть уменьшается, увеличивая скорость погружения.

**Вопросы:**

- 1) При каком объеме забортной воды в балластной цистерне достигается нейтральная плавучесть на нулевой глубине?
- 2) До какой глубины возможно вытеснение воды запасенным в баллонах сжатым газом?
- 3) Какая масса газа должна быть запасена в баллонах для обеспечения однократного всплытия с глубины 80 м при исходной нейтральной плавучести.

*Дополнительная информация:*

*Рабочий вытесняющий газ – Азот. Молекулярная масса 28, газовая постоянная 297 Дж/(кг·К). Температура вытесняющего газа 300 К.*

**Решение:**

1) Нейтральная плавучесть достигается при равенстве веса корабля и силы Архимеда, действующей на полностью погруженный корабль.

Сила тяжести корабля:

$$F_T = Mg = 30000 \cdot 9,81 = 294300 \text{ (Н)}$$

Сила Архимеда:

$$F_A = V\rho g,$$

где  $V$  – объем отсеков корабля, заполненных воздухом, а  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$  – плотность вытесняемой кораблем воды. Приравняв правые части, найдем объем воздуха в лодке, необходимый для обеспечения нейтральной плавучести:

$$V = \frac{Mg}{\rho g} = \frac{M}{\rho} = \frac{30000}{1000} / 1000 = 30 \text{ м}^3.$$

Вычитая этот объем из общего объема корабля, определяем объем принятой воды:

$$V_{\text{воды}} = 40 \text{ м}^3 - 30 \text{ м}^3 = 10 \text{ м}^3).$$

2) Вытеснение балластной воды возможно в том случае, если давление в баллонах с газом больше давления окружающей среды. Как известно, высота столба жидкости оказывает давление, равное  $p = \rho g H$ . Выразим из данного уравнения глубину (высоту столба жидкости), и подставим в качестве давления величину давления в баллонах:

$$H = \frac{p}{\rho g} = \frac{10^6}{9,81 \cdot 10^3} = 101,93 \text{ м.}$$

Ниже этой глубины при открытии вентиля вода начнет заполнять и емкости сжатого газа.

3) Давление газа в цистерне на глубине  $h = 80 \text{ м}$  должно обеспечивать объем воздуха, соответствующий нейтральной плавучести. Как легко видеть, последний составляет половину объема цистерны:  $V_{\text{пл}} = 10 \text{ м}^3$ . Тогда, согласно уравнению Менделеева-Клапейрона имеем:

$$(\rho g h + p_{\text{атм}})V_{\text{пл}} = (M_{\text{гц}} + m)RT.$$



Здесь  $M_{гц}$  — масса газа, находившегося в цистерне в момент установления нулевой плавучести, когда лодка была у поверхности воды,  $m$  — искомая масса газа в баллонах. Но так как в указанный момент цистерна была заполнена наполовину, то  $M_{гц} RT = p_{атм} V_{пл}$ . Подставляя левую часть последнего уравнения в правую часть предпоследнего, находим из предпоследнего уравнения искомую массу газа в баллонах:

$$m = \frac{\rho g h V_{пл}}{RT} = 88 \text{ кг.}$$

*Примечание:* Для простоты расчетов мы принимаем, что стенки очень тонкие и не учитываем материал стенок корабля в рассуждениях. Между тем, 30 тонн стали - это 3,8 кубометра воды, что соответствует 3,8 тонны вытесненной жидкости, весу которой равна дополнительная сила Архимеда. Величина, не бесконечно малая по сравнению с объемом воздуха в указанных отсеках. Это является примером того, как задача может быть решена "более правильно" по сравнению с предложенным решением.

#### **Задача №4. Сток жидкости (направление Программирование)**

В задачах этого раздела подразумевается необходимость численного решения с применением ПК и среды программирования или реализации расчетных алгоритмов, в связи с чем немного изменяется ход решения. В дополнение к вышеописанному алгоритму решения задач необходимо сформировать расчетную модель и произвести расчет вручную.

#### **Условие задачи:**

Плавучий объект имеет форму параллелепипеда размерами 50x8x5 м, и массу начальную 1000 тонн. Для затопления корабля в днище проделано отверстие площадью 0,5 м<sup>2</sup>, через которую в трюм поступает вода. Дополнительно, с интервалом 30 секунд, в корабль сбрасываются порции балласта по 100 тонн.

#### **Вопрос:**

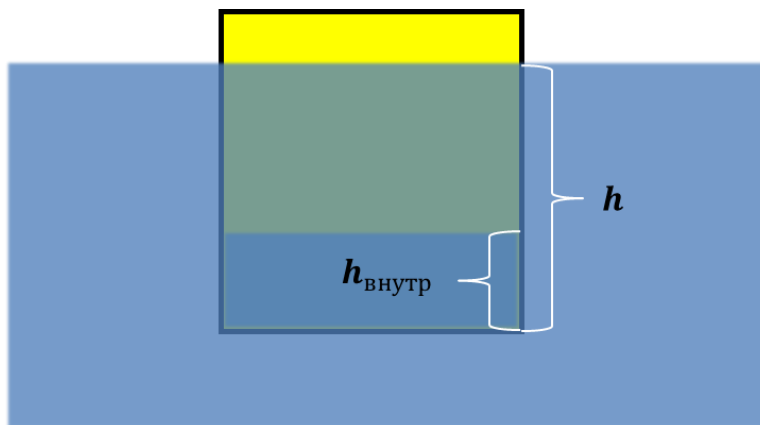
Необходимо сформировать алгоритм программы, описывающей процесс затопления корабля, а также рассчитать параметры затопления в течение 120 секунд и сравнить с процессом без дополнительного сброса груза.

Рассчитайте процесс затопления корабля (зависимость осадки от времени) в течение 120 секунд без дополнительной загрузки и с ней.

#### **Решение:**

В исходном состоянии корабля находится в состоянии равновесия – сила архимеда (действующая на погруженную в воду часть корабля) равна весу корабля. Условие равновесия судна в этом случае имеет вид:

$$Mg = \rho g S_{дна} h_0$$



Откуда находим начальную осадку судна

$$h_0 = \frac{M}{\rho S_{\text{дна}}}$$

После начала загрузки каждую происходят следующий изменения:

- увеличивается вес корабля (из за набора воды и, возможно, груза),
- увеличивается осадка корабля,
- увеличивается сила Архимеда,
- увеличивается статическое давление на дно корабля (вызванное увеличением столба жидкости за бортом) и одновременно (из за роста столба жидкости внутри) растёт давление с внутренней стороны пробоины.

Запишем уравнение равновесия и другие уравнения системы в промежуточном положении:

Уравнение равновесия:

$$(M + S_{\text{дна}} \cdot h_{\text{внутр}} \cdot \rho) \cdot g = \rho \cdot g \cdot S_{\text{дна}} \cdot h$$

Текущая осадка при этом составляет:

$$\frac{(M + S_{\text{дна}} \cdot h_{\text{внутр}} \cdot \rho)}{\rho \cdot S_{\text{дна}}} = h$$

Запишем уравнение Бернулли для жидкости, текущей через отверстие:

$$p_{\text{нар}} = p_{\text{внут}} + \frac{\rho v^2}{2}$$

Отсюда скорость потока жидкости через пробоину

$$v = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

Скорость притока жидкости в судно:

$$Q = vS_{\text{проб}} = S_{\text{проб}} \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

Давление столба жидкости внаружи и внутри составляет соответственно:

$$p_{\text{нар}} = \rho \cdot g \cdot h$$

$$p_{\text{внутр}} = \rho \cdot g \cdot h_{\text{внутр}}$$

Таким образом, объемный расход жидкости можно записать как:

$$Q = vS_{\text{проб}} = S_{\text{проб}} \sqrt{\frac{2(\rho \cdot g \cdot h - \rho \cdot g \cdot h_{\text{внутр}})}{\rho}} = S_{\text{проб}} \sqrt{2 \cdot g \cdot (h - h_{\text{внутр}})}$$

С другой стороны, условие равновесия подтопленного корабля можно записать как

$$(M + S_{\text{дна}} \cdot h_{\text{внутр}} \cdot \rho) \cdot g = \rho \cdot g \cdot S_{\text{дна}} \cdot h$$

$$M \cdot g + S_{\text{дна}} \cdot h_{\text{внутр}} \cdot \rho \cdot g = \rho \cdot g \cdot S_{\text{дна}} \cdot h$$

$$M \cdot g = \rho \cdot g \cdot S_{\text{дна}} \cdot h - S_{\text{дна}} \cdot h_{\text{внутр}} \cdot \rho \cdot g$$

$$\frac{M}{\rho \cdot S_{\text{дна}}} = h - h_{\text{внутр}} = h_0$$

Или, для другой массы корабля

$$\frac{M + m}{\rho \cdot S_{\text{дна}}} = h - h_{\text{внутр}} = h_m$$

Подставив разность уровней жидкости в уравнение расхода, получим зависимость расхода от загрузки корабля

$$Q = S_{\text{проб}} \sqrt{2 \cdot g \cdot \frac{M + m}{\rho \cdot S_{\text{дна}}}}$$

При этом изменение массы воды на борту за время dt поставит

$$dm_{\text{в}} = Q \cdot \rho \cdot dt = \rho \cdot dt \cdot S_{\text{проб}} \sqrt{2 \cdot g \cdot \frac{M + m}{\rho \cdot S_{\text{дна}}}} = dt \cdot S_{\text{проб}} \sqrt{2 \cdot g \cdot \rho \cdot \frac{M + m}{S_{\text{дна}}}}$$

Изменение уровня жидкости

$$h_{\text{внутр}1} = h_{\text{внутр}0} + \frac{dm_{\text{в}}}{\rho \cdot S_{\text{дна}}}$$

А осадки корабля к концу временного отрезка вычисляется по уже известной формуле

$$\frac{(M + m + S_{\text{дна}} \cdot h_{\text{внутр}} \cdot \rho)}{\rho \cdot S_{\text{дна}}} = h$$

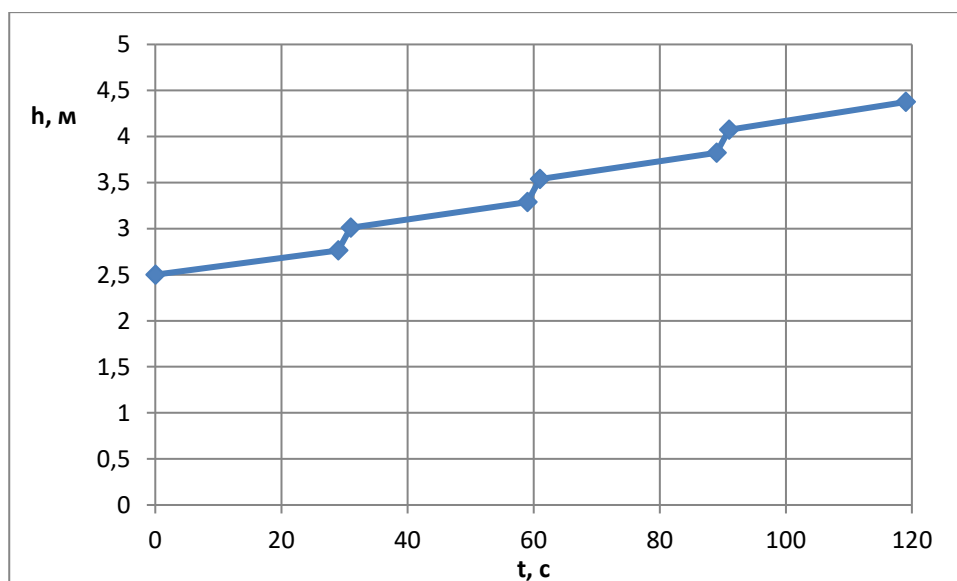
Таким образом, ввиду периодической дозагрузки корабля, решение не может быть получено аналитически – таким образом можно лишь рассчитать изменение параметров между событиями загрузки. Для получения решения в течение 120 секунд необходимо определить последовательность (алгоритм расчета) и провести численный расчет процесса.

Алгоритм расчета:

- Определение массы корабля за вычетом воды (собственно, корабль + балласт),
- Определение массы или уровня воды на борту,
- Определение осадки корабля на начало временного промежутка,
- Определение расхода воды для текущей массы корабля,
- Определение уровня жидкости к концу временного отрезка,
- Определение осадки к концу временного отрезка,
- Увеличение массы балласта.

Момент времени	c	0..30	30..60	60..90	90..120
M+m	кг	1000000	1100000	1200000	1300000
h <sub>внутр_1</sub>	м	0	0,2625	0,537812	0,825367
h <sub>внешн_1</sub>	м	2,5	3,0125	3,537812	4,075367
Q	м <sup>3</sup> /с	3,5	3,670831	3,834058	3,990614
d <sub>тв</sub>	кг	105000	110124,9	115021,7	119718,4
h <sub>внутр_2</sub>	м	0,2625	0,537812	0,825367	1,124663
h <sub>внешн_2</sub>	м	2,7625	3,287812	3,825367	4,374663

Для наглядности результат можно представить в виде графика



## Задача для самостоятельного решения

### Задача №5. Монолит (Конструкторское направление)

#### Условие задачи:

При строительстве инновационного монолитного сооружения применяются различные марки композиционных материалов на основе цемента, различающиеся, в том числе, плотностью и прочностью (максимальное давление, которое может выдержать материал). Ниже приведены данные параметры для нескольких марок материала:

Марка	Плотность, кг/м <sup>3</sup>	Предел прочности на сжатие, МПа
M1	1800	10
M2	2200	20
M3	2400	25

#### Вопросы:

- 1) Какова максимальная высота цилиндрической монолитной колонны, выполненной из каждой марки материала?
- 2) Какова максимальная высота цилиндрической колонны, которая может быть изготовлена с применением указанных материалов?
- 3) Какова максимальная высота стены, представляющей собой сужающийся кверху клин с соотношением высоты к толщине основания равным 8, построенный с применением указанных выше материалов?

#### Заключение

Данные методические указания дают возможность получить представление о практических ситуационных задачах, соответствующих четырем различным направлениям подготовки будущих инженеров. Приведены критерии оценивания и алгоритм решения задач, а также решены задачи, относящиеся к каждому из четырех видов. Авторы постарались отметить основные моменты, отличающие ситуационные задачи от более привычных, с которыми приходится сталкиваться школьникам.

Надеемся, это поможет обучающимся подготовиться к практической части предпрофессионального экзамена. Удачи!