

**ФГБОУ ВО «Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
Центр довузовской подготовки**



**ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН  
для учащихся инженерных классов (11 класс) города Москвы**

**Мастер-класс «Решение ситуационных задач практической части  
предпрофессионального экзамена»**

**Авторы: Буркова Е.Г., преподаватель физики кафедры «Основы физики»  
СУНЦ МГТУ им. Н.Э. Баумана;  
Козичев В.В., инженер НИИ «Энергомашиностроение» МГТУ им.  
Н.Э. Баумана**

**Москва 2017**



**Все ситуационные практические задачи делятся на четыре группы в соответствии с направлениями подготовки инженеров в техническом вузе:**

- *Технологическое (инженер-технолог);*
- *Исследовательское (инженер-исследователь);*
- *Конструирование (инженер-конструктор);*
- *Программирование (инженер-программист).*





## Технологическое направление

включает задачи, связанные с выбором параметров производственных (технологических) процессов или оборудования. Например, определение параметров обработки резаньем, потребных характеристик токарного станка, технологических условий изготовления композитных изделий и т.д.





## Исследовательское направление

**включает задачи, в которых требуется получение аналитической зависимости одних величин от других, характеризующей рассматриваемую конструкцию, с учетом действующих условий. Например, задачи оптимизации.**





## Направление конструирование

включает задачи, направленные на определение параметров исследуемой системы или характеристик конструктивного решения, отвечающих условиям эксплуатации или обеспечивающих рациональное решение поставленной задачи. Например, запаса рабочего вещества на борту аппарата





## В направление программирование

включают задачи, направленные на разработку алгоритмов численного решения поставленной задачи. Например, задачи с переменными (неизвестными) начальными условиями.





# Критерии оценки задач

## *Основные критерии*

- 1. Выделение основных физических процессов, их последовательности и причинно-следственных связей.**  
*Данный пункт подразумевает оценку текстового и графического описания физических процессов.*
- 2. Правильная формализация физических процессов, запись основных зависимостей (формул), описывающих физические процессы или состояния элементов системы.**  
*В качестве исходных формул необходимо использовать законы и определения физических величин, общие известные уравнения процессов и состояний.*



# Критерии оценки задач

## Основные критерии

**3. Составление системы уравнений, алгоритма расчета, математической модели.**

*Здесь корректная запись системы является приоритетной относительно упрощения и приведения к удобному виду. Оценивается умение комбинировать и преобразовывать выражения, с целью получения нужных данных.*

**4. Проведение расчетов, получение и представление результата.**

*Оценивание каждого вопроса задачи производится отдельно с весовым коэффициентом, равным  $(1/[\text{количество вопросов}])$ , а также добавляется бонусный балл за качество оформления или представления ответа.*







# Критерии оценки задач

## *Дополнительные баллы для задач различных направлений*

### **Технологические задачи:**

- до 3 бонусных баллов за корректный выбор и учет параметров производственного (технологического) процесса;
- до 3 дополнительных баллов за качественный анализ факторов, влияющих на параметры и характеристики технологического процесса, предложения по оптимизации процесса.

### **Исследовательские задачи:**

- до 3 дополнительных баллов за корректный подход к анализу влияющих факторов (учет факторов, не отраженных в явном виде в условии, оценка значимости факторов, устранение малозначимых факторов);
- до 3 дополнительных баллов за анализ результатов решения (качественная и количественная интерпретация результатов, оценка области применения, общие выводы из частного решения).





# Критерии оценки задач

## *Дополнительные баллы для задач различных направлений*




### **Конструкторские задачи:**

- *до 5 бонусных баллов за учет дополнительных условий технической системы или процесса, не заложенных в стандартное решение и позволяющих получить более точный ответ;*
- *до 1 бонусного балла за дополнительный анализ полученного результата (определение условий применимости тех или иных конструкторских решений, конструкторские предложения, позволяющие улучшить параметры системы и т.п.).*

### **Задачи по программированию:**

- *до 4 бонусных баллов за текст (код) программы (написанный на любом языке и изложенный на бумаге);*
- *до 2 бонусных баллов за формализацию (описание) начальных и граничных условий алгоритма, условий прекращения или изменения параметров расчета.*






# Критерии оценки задач



## *Дополнительные критерии*

1. Если решение задачи содержит разрозненные записи, выделены правильно некоторые физические процессы, присутствует одна - две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то ставится 1-2 балла
2. Верные решения задач могут отличаться от авторских. Допустим учет дополнительных параметров, не предусмотренных авторами в случае, если не нарушаются физические законы и технические закономерности функционирования системы.



# Критерии оценивания задач



## *Дополнительные критерии*

3. За отсутствие пояснений, ошибки в численных расчетах при верном пути решения задачи снимается 1-2 балла.
4. В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание проводится по критериям, приведенным для каждой задачи.



# Критерии оценивания задач



Подпункт	Конструкторская	Технологическая	Исследовательская	Программирование
<b>1. Выделение физических процессов, последовательности и причинно-следственных связей</b>				
Основные баллы	9	8	10	6
Графическое описание	+3	+3	+2	+2
Структурирование	+2	+2	+2	+4
Максимальное число баллов за этап	<b>14</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>12</b>
<b>2. Формализация физических процессов</b>				
Основные баллы	8	9	10	10
Максимальное число баллов за этап	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>10</b>
<b>3. Подготовка системы уравнений, алгоритма, математической модели</b>				
Основные баллы	8	8	10	10
Преобразование системы уравнений	+2	+2	+3	+3
Максимальное число баллов за этап	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>13</b>	<b>13</b>
<b>4. Проведение расчетов, получение и представление результата</b>				
Расчеты и результат	9	8	5	6
Представление результата	+3	+4	+2	+3
Максимальное число баллов за этап	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>7</b>	<b>9</b>
<b>5. Дополнительные баллы в соответствии со спецификой задачи</b>				
Максимальное число баллов за этап	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>6</b>
<b>Общее количество баллов</b>				
Максимальная сумма баллов за задачу	<b>50</b>	<b>50</b>	<b>50</b>	<b>50</b>

# Общий алгоритм решения задач



1. *Выделить физические процессы и явления, которые лежат в основе описываемых конструкций или процессов, назвать их. При необходимости привести их схематическое или графическое описание.*
2. *В соответствии с пунктом первым записать необходимые базовые формулы.*
3. *Построить математическую модель процессов, описываемых в условии, для этого использовать конкретные параметры задачи, базовые формулы физики и получить соответствующие аналитические выражения.*



# Алгоритм решения задач



4. *Обратить внимание на необходимость дополнительных справочных данных.*
5. *Составить систему уравнений, проанализировать ее с точки зрения возможных упрощений, рациональных методов решения.*
6. *Решить полученную систему, произвести числовые расчеты, обратив внимание на правильное использование единиц физических величин.*
7. *Представить полученные результаты в соответствии с вопросами задачи.*





# Задача №1



## Конструкторское направление

*Подводный аппарат состоит из герметичного обитаемого отсека объемом  $20 \text{ м}^3$ . В отсеке размещены баллоны со сжатым газом под избыточным давлением  $10 \text{ атм}$  ( $10^6 \text{ Па}$ ). Также имеется балластная цистерна ( $20 \text{ м}^3$ ), соединенная с окружающей средой (напрямую) и с баллонами, наполненными газом (через управляемый экипажем вентиль).*

*Масса пустого корабля составляет  $30000 \text{ кг}$ , из которых  $3000 \text{ кг}$  – аварийный сбрасываемый балласт.*

*Заполнение балластной цистерны осуществляется путем стравливания за борт находящегося в ней газа и одновременного заполнения её забортной водой.*

*По мере заполнения балластной цистерны водой в определенный момент достигается нейтральная плавучесть, после чего корабль начинает погружаться.*







### **Вопросы:**

- 1) При каком объеме забортной воды в балластной цистерне достигается нейтральная плавучесть на нулевой глубине?
- 2) До какой глубины возможно вытеснение воды запасенным в баллонах сжатым газом?
- 3) Какая масса газа должна быть запасена в баллонах для обеспечения однократного всплытия с глубины 80 м при исходной нейтральной плавучести.

*Дополнительная информация:*

*Рабочий вытесняющий газ – Азот. Молекулярная масса 28, газовая постоянная 297 Дж/(кг·К). Температура вытесняющего газа 300 К.*





*В данном случае последовательность анализа физики соответствует очередности вопросов.*

*При этом формализация и расчеты проводятся по ходу разбора физики, а не отдельным этапом.*

### **Решение:**

*Нейтральная плавучесть достигается при равенстве силы тяжести корабля и силы Архимеда, действующей на газовый объем полностью погруженного корабля*

*Сила тяжести корабля:*

$$F_T = Mg = 30000 \cdot 9,81 = 294300 \text{ (Н)}$$

*Сила Архимеда:*

$$F_A = V\rho g,$$

*где  $V$  – объем отсеков корабля, заполненных воздухом, а  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$  – плотность вытесняемой кораблем воды.*

*Приравняв правые части, найдем объем воздуха в лодке, необходимый для обеспечения нейтральной плавучести :*

$$V = \frac{Mg}{\rho g} = \frac{M}{\rho} = \frac{30000}{1000} / 1000 = 30 \text{ м}^3.$$

*Вычитая этот объем из общего объема корабля, определяем объем принятой воды, необходимый для достижения нейтральной плавучести:*

$$V_{\text{воды}} = 40 \text{ м}^3 - 30 \text{ м}^3 = 10 \text{ м}^3).$$



2) Вытеснение балластной воды возможно в том случае, если давление в баллонах с газом больше давления окружающей среды.

Как известно, высота столба жидкости оказывает давление, равное  $p = \rho g H$ . Выразим из данного уравнения глубину (высоту столба жидкости), и подставим в качестве давления величину давления в баллонах:

$$H = \frac{p}{\rho g} = \frac{10^6}{9,81 \cdot 10^3} = 101,93 \text{ м.}$$

Ниже этой глубины при открытии вентилей вода начнет заполнять и емкости сжатого газа.

3) Давление газа в цистерне на глубине  $h = 80$  м должно обеспечивать объем газа, соответствующий нейтральной плавучести. Как показано выше, последний составляет половину объема цистерны:  $V_{\text{пл}} = 10 \text{ м}^3$ .

Тогда, согласно уравнению Менделеева—Клапейрона имеем:

$$(\rho g h + p_{\text{атм}}) V_{\text{пл}} = \frac{m R_0 T}{\mu}.$$

Для простоты примем ситуацию, при которой для погружения был стравлен весь воздух из балластной цистерны, и объем газа необходимо восстановить с нуля.



*Выразив отсюда массу газа получим:*

$$m = \frac{\mu (\rho g h + p_{\text{атм}}) V_{\text{пл}}}{R_0 T} = \frac{28 (1000 \cdot 9,8 \cdot 80 + 100000) 10}{8314 \cdot 300} = 99,33 \text{ кг}$$

*Как видно, в данном случае мы исходили из допущения, что процесс расширения из баллона является изотермическим (технически это осуществимо различными способами, от нагрева бортовым источником до пропускания через теплообменник с забортной водой).*

*Данное (несколько упрощенное) решение является базовым, позволяющим вплотную приблизиться к максимальной оценке за задачу. Учет дополнительных деталей (влияние силы Архимеда не только на газовый объем, но и на объем 30 тонн стали, учет охлаждения при адиабатическом расширении и т.п.) позволяет рассчитывать на дополнительные баллы из резерва оценки задачи, либо на этапе защиты решения.*



# Задача №2



## Исследовательская

*В недрах Сколково разработан инновационный самолет – летающее крыло (самолет без фюзеляжа и оперения, состоящий из крыла и размещенных в нем двигателей и прочих агрегатов). Прототип изготовлен из пенопласта, имеет размах крыльев 3 м, площадь крыла 0,9 м<sup>2</sup> и взлетную массу 2 кг.*

*В рамках развития проекта разработчик принял решение масштабировать прототип в сторону увеличения без изменения технологии изготовления. Затраты на изготовление самолета в первом приближении складываются из стоимости материалов, стоимости изготовления и стоимости разработки. Стоимость материала составляет 100 руб/кг. Стоимость изготовления пропорциональна площади крыла и составляет 10000 руб/м<sup>2</sup>. Стоимость разработки пропорциональна массе самолета и составляет 5000 руб/кг.*





## Дополнительная информация

Подъемная сила крыла и сила аэродинамического сопротивления определяются соответственно с помощью следующих уравнений:

$$F_Y = C_Y S \frac{\rho v^2}{2},$$
$$F_X = C_X S \frac{\rho v^2}{2}.$$

где  $C_Y$  – коэффициент подъемной силы,  $C_X$  – коэффициент аэродинамического сопротивления,  $S$  – площадь крыла,  $\rho$  – плотность воздуха,  $v$  – скорость полета.

Значения аэродинамических коэффициентов зависят от многих величин и параметров. В рамках задачи они постоянны и равны  $C_Y = 1,2$  и  $C_X = 0,1$ . Для горизонтального полета подъемная сила должна компенсировать силу тяжести самолета, а сила тяги двигателей должна компенсировать силу аэродинамического сопротивления





**Вопросы:**

- 1) *Определите взлетную скорость прототипа и необходимую тягу двигателя.*
- 2) *Постройте зависимость размаха крыла, взлетной скорости и тяги двигателей от взлетной массы самолета, в диапазоне последней от 2 кг до 200 т.*
- 3) *Каковы максимальные размеры и масса самолета, если взлетная скорость ограничена величиной 100 км/час.*
- 4) *Постройте зависимость себестоимости создания самолета от его взлетной массы. Определите массу самолета, который необходимо создать для освоения бюджетных средств в объеме 200 млн. руб.*

## **Решение**

*Очевидно, масса самолета пропорциональная его объему, который, в свою очередь, пропорционален размеру в кубе. Площадь крыла пропорциональна его размеру в квадрате.*





1) Прямая задача определения параметров прототипа.

Взлетной называется скорость, при которой подъемная сила крыла достигает силы тяжести самолета:

$$C_Y S \frac{\rho v^2}{2} = Mg.$$

Выразим скорость:

$$v = \sqrt{\frac{2Mg}{C_Y S \rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2}{1,2 \cdot 0,9 \text{ м}^2 \cdot 1,2 \text{ кг/м}^3}} = 5,5 \text{ м/с (или 19,8 км/ч)}.$$

Необходимая тяга двигателя равняется силе сопротивления, рассчитываемой при известной скорости полета:

$$F_X = C_X S \frac{\rho v^2}{2} = 0,1 \cdot 0,9 \text{ м}^2 \cdot \frac{1,2 \text{ кг/м}^3 \cdot \left(5,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{2} = 1,634 \text{ Н}.$$

2) Для построения зависимостей параметров самолета от его массы запишем несколько уравнений.

Масса самолета пропорциональна его объему (или кубу размера):

$$M = KH^3$$

где  $K$  – коэффициент пропорциональности,  $H$  – линейный размер самолета (например, размах крыла).





*Определим значение коэффициента исходя из характеристик прототипа:*

$$K = \frac{M_{\text{прот}}}{H_{\text{прот}}^3} = \frac{2 \text{ кг}}{27 \text{ м}^3} \approx 0,074 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

*Таким образом, размах крыла зависит от массы как:*

$$H = \sqrt[3]{\frac{M}{K}}.$$

*Площадь крыла пропорциональна квадрату линейного размера:*

$$S = JH^2.$$

*Определим значение коэффициента пропорциональности:*

$$J = \frac{S_{\text{прот}}}{H_{\text{прот}}^2} = 0,1.$$

*Таким образом, площадь крыла зависит от массы как:*

$$S = JH^2 = J \left( \frac{M}{K} \right)^{2/3}.$$



Составим таблицу расчетных значений требуемых параметров:

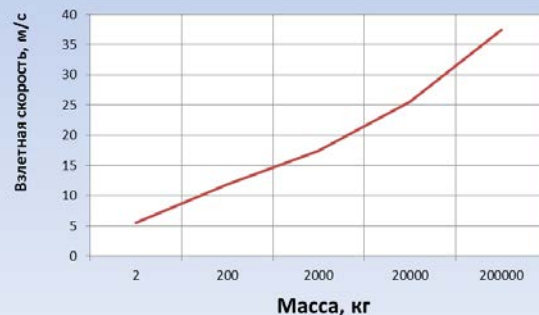


М, кг	Н, м	S, м <sup>2</sup>	V <sub>мин</sub> , м/с	P, Н
2	3,001001	0,900601	5,50069	1,635
200	13,92941	19,40285	11,85088	163,5
2000	30,01001	90,06005	17,39471	1635
20000	64,6546	418,0217	25,53194	16350
200000	139,2941	1940,285	37,47576	163500

Зависимость линейных размеров самолета от его массы



Зависимость минимальной взлетной скорости самолета от его массы



Зависимость тяги самолета от его массы





3) 100 км/ч – это  $100/3,6 = 27,8$  м/с.

Далее, используя результаты пп. 1) и 2), имеем:

$$v^2 = \frac{2Mg}{C_Y S \rho} = \frac{2g \sqrt{MK^2}}{C_Y J \rho}.$$

Отсюда

$$M = \left( \frac{C_Y J \rho v^2}{2g} \right)^3 / K^2 = 33000 \text{ кг.}$$

4) Дополним таблицу п.2 данными о стоимости, рассчитанными на основе имеющейся информации.

Масса самолета составляет 38000 кг.

М, кг	$C_{\text{мат}}$ , руб	$C_{\text{изг}}$ , руб	$C_{\text{разр}}$ , руб	$C_{\text{полн}}$ , руб
2	200	9.006,005	10.000	19.206,01
200	20.000	194.028,5	1.000.000	1.214.028
2000	200.000	900.600,5	10.000.000	11.100.601
20000	2.000.000	4.180.217	1E+08	1,06E+08
200000	20.000.000	19.402.850	1E+09	1,04E+09





*Данная задача является примером того, что значимым навыком может быть не только знание законов физики, но и умение понимать и гибко оперировать прикладными зависимостями, как выводимыми из физики, так и представленными из других источников, являющимися аппроксимацией эмпирических данных, либо просто данных свыше «потому что так».*

*При этом (как показывает пример со связью массы, объема и размера крыла) необходимо уметь находить и оперировать простейшими качественными зависимостями (величина  $A$  пропорциональна величине  $B$ ), находить способы их количественной оценки.*

*Применение подобного подхода является скорее исключением, чем правилом, но необходимость его применения не может быть исключена.*



# Задача №3

## Технологическое направление



**Для изготовления стеклопластиковых труб проводится намотка на оправку (форму) ткани из тонких стеклянных нитей, пропитанной связующим (жидкий материал, превращающийся в пластмассу под воздействием физических или химических факторов). После этого проводится отверждение связующего. В качестве связующего используется двухкомпонентный состав, состоящий из двух объемных долей эпоксидной смолы и одной объемной доли отвердителя.**

**Плотность обеих**

**компонентов составляет  $1200 \text{ кг/м}^3$ . Стеклянная ткань (плотность материала  $2500 \text{ кг/м}^3$ ) имеет толщину  $0,2 \text{ мм}$ , а нити занимают  $20\%$  её объема.**

**Для подготовки пропитанной ткани компоненты связующего из двух емкостей под давлением подаются в смеситель, после чего в пропиточную ванну, где происходит пропитка ткани и отжим избыточного связующего перед намоткой.**





## ***Дополнительные сведения***

Объемный расход жидкости через отверстие в первом приближении может быть определен по формуле

$$Q = S \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho}} \text{ м}^3/\text{с},$$

где  $S$  – площадь сечения отверстия,  $\Delta p$  – избыточное давление в емкости с жидкостью,  $\rho$  – плотность жидкости.





## **Вопросы:**

1) Каков необходимый расход компонентов связующего (в кг/с) для производства стеклопластиковой трубы средним диаметром 100 мм с толщиной стенки 4 мм, если производительность завода составляет 100 м/час.

•Каков необходимый расход ткани для намотки полного слоя трубы.

2) Определите диаметры отверстий для подачи смолы и отвердителя, если избыточное давление подачи составляет 2 атм.

3) Определите массу 1 метра трубы.





## **Решение:**

*Выделение физических процессов:*

*Прежде всего, указанные материалы расходуются на формирование трубы – то есть заполнение объема её стенки. Зная поперечные размеры трубы можно определить площадь сечения (и объем материала, расходуемый на изготовление 1 метра трубы).*

*Зная производительность завода (в погонных метрах трубы за единицу времени) и площадь сечения трубы – можно определить суммарный объемный расход материала. Зная объемные доли компонентов (ткани и связующего) можно определить их объемные расходы, а зная их плотности – и массовые расходы.*

*Зная толщину стенки и толщину стеклянной ткани (условно несжимаемой) можно определить количество слоев в трубе и, следовательно, необходимую площадь ткани для изготовления 1 п.м. трубы. А зная производительность завода – общий расход в м<sup>2</sup>/с.*







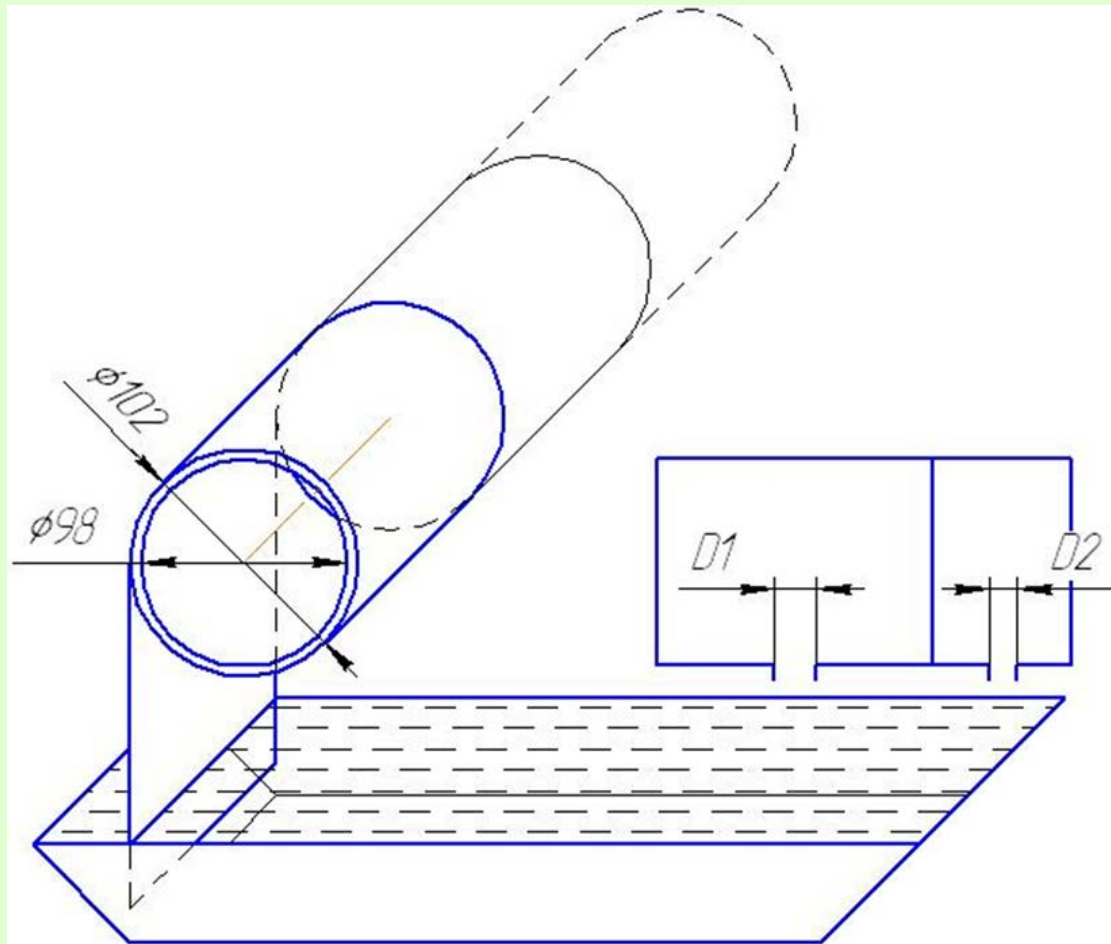
## **Решение:**

- *Расход ткани и массовые расходы компонентов связующего являются ответом на вопрос №1.*
- *Из формулы для объемного расхода жидкости, зная плотность материалов и избыточное давление подачи, можно определить площади (а значит и диаметры) отверстий, что является ответом на вопрос №2.*
- *Стекло является несжимаемой, но слои ложатся один на другой без зазора. То есть в намотанной на оправку ткани 20% объема занимает стекло, а остальные 80% объема – связующее. Исходя из плотностей материалов, можно найти массу 1 п.м. трубы, что является ответом на вопрос №3.*





**Решение:**





## **Решение:**

•Формализация физических процессов и подготовка системы уравнений, фактически, в данном примере свернуты в один пункт, ввиду отсутствия жесткой последовательности расчетов:

•Площадь сечения материала трубы составляет:

$$•S = \pi(D^2 - d^2)/4,$$

•где  $D$  и  $d$  – внешний и внутренний диаметры трубы соответственно.

•Объемный расход материала трубы составляет

• $V = S \frac{L}{T}$ , где  $L/T = 100$  п.м/час – производительность завода. Для приведения параметров к системе СИ разделим объемный расход на количество секунд в часе:

$$V_s = \frac{SL}{3600} \left( \frac{\text{м}^3}{\text{с}} \right). \text{Объем } l = 1 \text{ п. м. трубы составляет } V_1 = Sl.$$



## **Решение:**

*• Известно, что нити занимают 20% объема ткани, а значит и намотанного материала. Определим потребные объемные расходы компонентов:*

*•  $V_{\text{ткани}} = 0,2V_s$  – объемный расход стеклянных нитей в ткани,*

*•  $V_{\text{смолы}} = \frac{2}{3}(1 - 0,2)V_s$ ,*

*•  $V_{\text{отвердителя}} = \frac{1}{3}(1 - 0,2)V_s$ .*

*• Массовый расход ткани определяется объемным расходом материала и его плотностью*

$$M_{\text{ткани}} = V_{\text{ткани}} \rho_{\text{стекла}}$$





## **Решение:**

• *Массовые расходы смолы и отвердителя, соответственно:*

$$\bullet M_{\text{смолы}} = V_{\text{смолы}} \rho_{\text{смолы}}$$

$$\bullet M_{\text{отв}} = V_{\text{отв}} \rho_{\text{отв}}$$

• *Количество слоев в ткани составляет*

$$\bullet n = \frac{D-d}{2h}. \text{Здесь } (D-d)/2 \text{ – толщина одной стенки, } h \text{ – толщина слоя ткани.}$$

• *Приняв средний диаметр трубы за диаметр намотки, определим длину ткани для намотки полной толщины:*

$$\bullet X = \pi D_{\text{mid}} n.$$





**Решение:**

Площадь отверстий выражается из формулы для расхода жидкости

$$Q \sqrt{\frac{\rho}{2 \cdot \Delta p}} = S = \frac{\pi \cdot D_1^2}{4}$$

Отсюда диаметр:

$$\sqrt{\frac{4 \cdot Q}{\pi}} \sqrt{\frac{\rho}{2 \cdot \Delta p}} = D_1$$





## **Решение:**

• *Проведение расчетов:*

• *1) Расход ткани*

•  $M_{\text{ткани}} = V_{\text{ткани}} \rho_{\text{стекла}}$

•  $V_{\text{ткани}} = 0,2 V_S$

•  $V_S = \frac{SL}{3600} \left( \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)^3$

•  $S = \pi \frac{D^2 - d^2}{4},$

•  $M_{\text{ткани}} = 0,2 \pi \frac{D^2 - d^2}{4} \cdot \frac{L}{3600} \rho_{\text{стекла}} = 0,2 \pi \frac{0,102^2 - 0,098^2}{4} \cdot \frac{100}{3600} \cdot 2500 = 0,00872 \frac{\text{кг}}{\text{с}}$





## **Решение:**

$$\bullet M_{\text{смола}} = V_{\text{смола}} \rho_{\text{смола}}$$

$$\bullet V_{\text{смола}} = \frac{2}{3} (1 - 0,2) V_S.$$

$$\bullet M_{\text{смола}} = \frac{2}{3} (1 - 0,2) \pi \frac{D^2 - d^2}{4} \cdot \frac{L}{3600} \rho_{\text{смола}}$$

$$\bullet M_{\text{смола}} = \frac{2}{3} (1 - 0,2) \pi \frac{0,102^2 - 0,098^2}{4} \cdot \frac{100}{3600} \cdot 1200 = 0,0167 \text{ кг/с}$$

*Аналогично*

$$\bullet M_{\text{отв}} = 0,00837 \text{ кг/с}$$

*•Количество слоев в ткани*

$$\bullet n = \frac{D-d}{2h} = (0,102 - 0,098) / (2 * 0,0002) = 10.$$





## **Решение:**

Расход ткани на полную толщину трубы

$$X = \pi D_{mid} n = \pi \cdot 0,1 \cdot 10 = 3,14 \text{ п. м.}$$

Диаметр отверстия для подачи смолы

$$D_1 = \sqrt{\frac{4 \cdot Q}{\pi} \sqrt{\frac{\rho}{2 \cdot \Delta p}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,0000139}{\pi} \sqrt{\frac{1200}{2 \cdot 200000}}} = 0,00098 \text{ м, то есть } 0,98 \text{ мм.}$$

Диаметр отверстия для подачи отвердителя, соответственно:

$$D_2 = 0,00069 \text{ м.}$$

Масса 1 метра трубы складывается из массы стеклянной ткани и массы связующего.





## **Решение:**

• *Масса ткани для 1 п.м. трубы составляет*

$$\bullet M_{\text{ткани}} = 0,2S \cdot 1\text{м} \cdot \rho_{\text{стекла}} = 0,2\pi \frac{D^2 - d^2}{4} \cdot 1\text{м} \cdot \rho_{\text{стекла}}$$

$$\bullet M_{\text{ткани}} = 0,2\pi \frac{0,102^2 - 0,098^2}{4} \cdot 1\text{м} \cdot 2500 = 0,314 \text{ кг}$$

• *Масса связующего (так как плотность компонентов одинакова – рассматриваем его как один материал с плотностью 1200 кг/м<sup>3</sup>)*

$$\bullet M_{\text{ткани}} = 0,2S \cdot 1\text{м} \cdot \rho_{\text{стекла}} = \pi \frac{D^2 - d^2}{4} \cdot 0,8 \cdot 1\text{м} \cdot \rho_{\text{стекла}}$$

$$\bullet M_{\text{ткани}} = \pi \frac{0,102^2 - 0,098^2}{4} \cdot 0,8 \cdot 1\text{м} \cdot 1200 = 0,603 \text{ кг}$$

• *Итого, полная масса 1 п.м. трубы составляет 0,917 кг.*



## **Ответ:**

- 1) *Необходимый расход смолы составляет 0,0167 кг/с, отвердителя 0,00837 кг/с.*
- 2) *Необходимый диаметр отверстий подачи смолы и отвердителя составляет 0,98мм и 0,69мм соответственно.*
- 3) *1 метр трубы имеет массу 0,917 кг.*





Подпункт	Максимальное число баллов	Оценка решения
<b>1. Выделение физических процессов, последовательности и причинно-следственных связей</b>		
Основные баллы	8	8
Графическое описание	+3	+1
Структурирование	+2	+1
Максимальное число баллов	<b>13</b>	<b>10</b>
<b>2. Формализация физических процессов</b>		
Основные баллы	9	8
Максимальное число баллов	<b>9</b>	<b>8</b>
<b>3. Подготовка системы уравнений, алгоритма, математической модели</b>		
Основные баллы	8	8
Математические преобразования	+2	+1
Максимальное число баллов	<b>10</b>	<b>9</b>
<b>4. Проведение расчетов, получение и представление результата</b>		
Расчеты и результат	8	8
Представление результата	+4	+4
Максимальное число баллов	<b>12</b>	<b>12</b>
<b>5. Дополнительные баллы в соответствии со спецификой задачи</b>		
Максимальное число баллов за этап	<b>6</b>	



## Задача №4

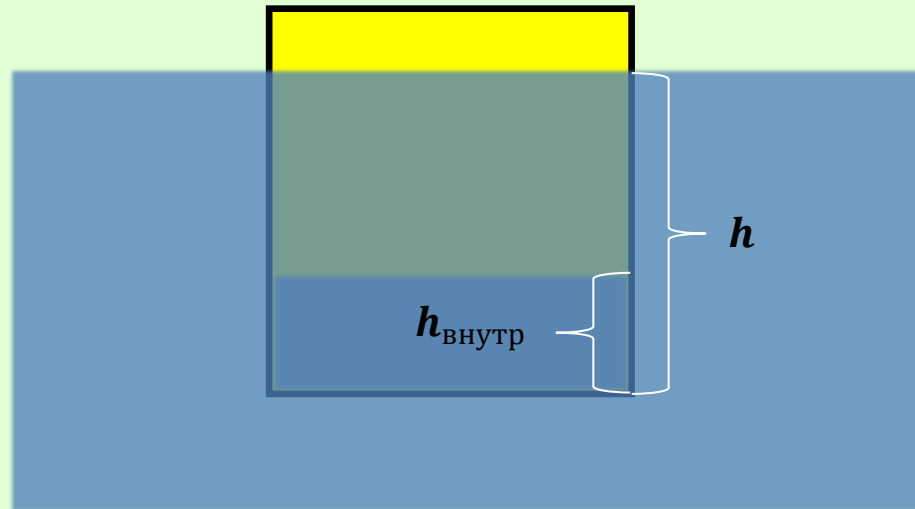
### Программирование

*Плавучий объект имеет форму параллелепипеда размерами 50x8x5 м, и массу начальную 1000 тонн. Для затопления корабля в днище проделано отверстие площадью 0,5 м<sup>2</sup>, через которую в трюм поступает вода. Дополнительно, с интервалом 30 секунд, в корабль сбрасываются порции балласта по 100 тонн*

#### **Вопрос:**

*Необходимо сформировать алгоритм программы, описывающей процесс затопления корабля, а так же рассчитать процесс затопления корабля (зависимость осадки от времени) в течение 120 секунд.*





*Условие равновесия судна до начала затопления имеет вид:*

$$Mg = \rho g S_{\text{дна}} h_0$$

*Откуда находим начальную осадку судна*

$$h_0 = M / (\rho S_{\text{дна}})$$

*Запишем уравнение равновесия и другие уравнения системы в промежуточном положении:*

*Уравнение равновесия:*

$$(M + S_{\text{дна}} \cdot h_{\text{внутр}} \cdot \rho) \cdot g = \rho \cdot g \cdot S_{\text{дна}} \cdot h$$

*Текущая осадка при этом составляет:*

$$\frac{(M + S_{\text{дна}} \cdot h_{\text{внутр}} \cdot \rho)}{\rho \cdot S_{\text{дна}}} = h$$



Запишем уравнение Бернулли для жидкости, текущей через отверстие:

$$p_{\text{нар}} = p_{\text{внут}} + \frac{\rho v^2}{2}$$

Отсюда скорость потока жидкости через пробойну

$$v = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

Скорость притока жидкости в судно:

$$Q = vS_{\text{проб}} = S_{\text{проб}} \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

Давление столба жидкости снаружи и внутри составляет соответственно:

$$p_{\text{нар}} = \rho \cdot g \cdot h$$

$$p_{\text{внутр}} = \rho \cdot g \cdot h_{\text{внутр}}$$

Таким образом, объемный расход жидкости можно записать как:

$$Q = vS_{\text{проб}} = S_{\text{проб}} \sqrt{\frac{2(\rho \cdot g \cdot h - \rho \cdot g \cdot h_{\text{внутр}})}{\rho}} = S_{\text{проб}} \sqrt{2 \cdot g \cdot (h - h_{\text{внутр}})}$$



Условие равновесия подтопленного корабля можно записать как

$$(M + S_{\text{дна}} \cdot h_{\text{внутр}} \cdot \rho) \cdot g = \rho \cdot g \cdot S_{\text{дна}} \cdot h$$
$$\frac{M}{\rho \cdot S_{\text{дна}}} = h - h_{\text{внутр}} = h_0$$



то есть при постоянной массе конструкции относительная высота столба жидкости постоянна. Для другой массы корабля

$$\frac{M + m}{\rho \cdot S_{\text{дна}}} = h - h_{\text{внутр}} = h_m$$

Подставив разность уровней жидкости в уравнение расхода, получим зависимость расхода от загрузки корабля

$$Q = S_{\text{проб}} \sqrt{2 \cdot g \cdot \frac{M + m}{\rho \cdot S_{\text{дна}}}}$$

При этом изменение массы воды на борту за время  $dt$  поставит

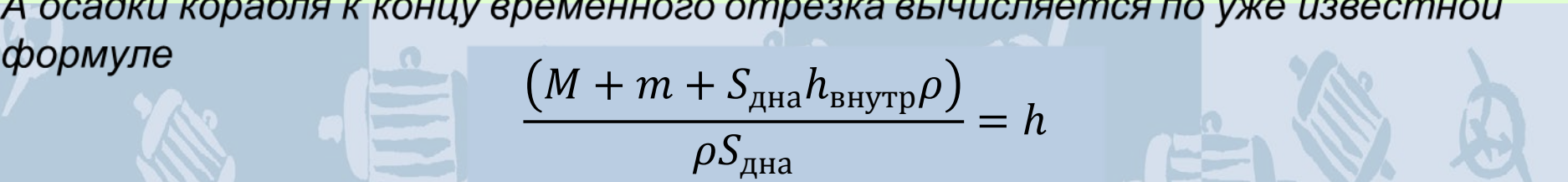
$$dm_{\text{в}} = Q \cdot \rho \cdot dt = \rho \cdot dt \cdot S_{\text{проб}} \sqrt{2 \cdot g \cdot \frac{M + m}{\rho \cdot S_{\text{дна}}}} = dt \cdot S_{\text{проб}} \sqrt{2 \cdot g \cdot \rho \cdot \frac{M + m}{S_{\text{дна}}}}$$

Изменение уровня жидкости

$$h_{\text{внутр}1} = h_{\text{внутр}0} + \frac{dm_{\text{в}}}{\rho \cdot S_{\text{дна}}}$$

А осадки корабля к концу временного отрезка вычисляется по уже известной формуле

$$\frac{(M + m + S_{\text{дна}} h_{\text{внутр}} \rho)}{\rho S_{\text{дна}}} = h$$







*Ввиду периодической дозагрузки корабля, решение не может быть получено аналитически – таким образом можно лишь рассчитать изменение параметров между событиями загрузки. Для получения решения в течение 120 секунд необходимо определить последовательность (алгоритм расчета) и провести численный расчет процесса между загрузками корабля.*

*Алгоритм расчета:*

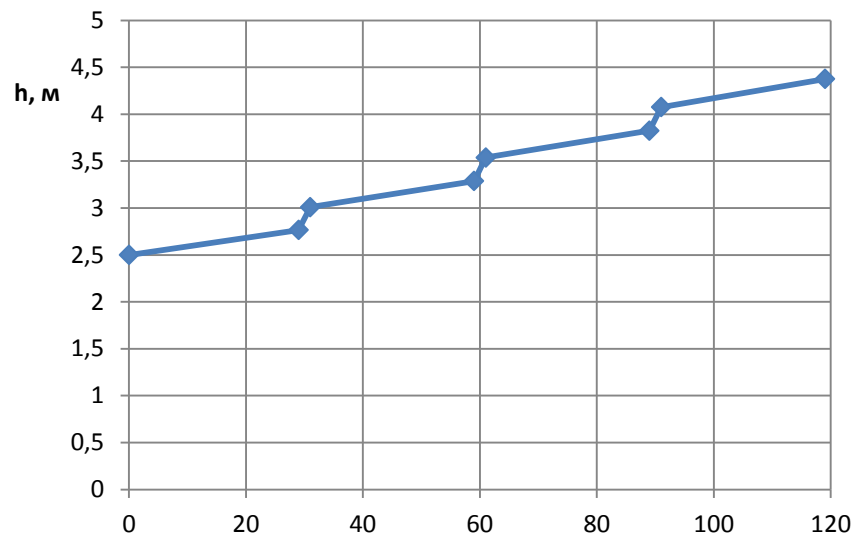
- Определение массы корабля за вычетом воды (корабль + балласт),*
- Определение массы или уровня воды на борту,*
- Определение осадки корабля на начало временного промежутка,*
- Определение расхода воды для текущей массы корабля,*
- Определение уровня жидкости к концу временного отрезка,*
- Определение осадки к концу временного отрезка,*
- Увеличение массы балласта.*



Представлены результаты расчета.  
Каждая строка соответствует этапу алгоритма



Момент времени	c	0..30	30..60	60..90	90..120
<b>M+m</b>	кг	1000000	1100000	1200000	1300000
<b>h<sub>внутр_1</sub></b>	м	0	0,2625	0,537812	0,825367
<b>h<sub>внешн_1</sub></b>	м	2,5	3,0125	3,537812	4,075367
<b>Q</b>	м <sup>3</sup> /с	3,5	3,670831	3,834058	3,990614
<b>dмв</b>	кг	105000	110124,9	115021,7	119718,4
<b>h<sub>внутр_2</sub></b>	м	0,2625	0,537812	0,825367	1,124663
<b>h<sub>внешн_2</sub></b>	м	2,7625	3,287812	3,825367	4,374663





*Основные особенности данного типа задач:*

- Невозможность прямого аналитического решения в одну итерацию,*
- Необходимость формирования четкого последовательного (но не обязательно линейного) алгоритма расчета,*
- Необходимость циклического применения полученного алгоритма в течение 3-5 итераций для получения количественного результата.*

*Два типа задач:*

- На проведение последовательного численного моделирования (представленный пример),*
- На проведение численного моделирования до сходимости ответа.*





***Спасибо за внимание!***

